

УДК 539.375

А. Б. Щербій

Івано-Франківський відділ Інституту прикладних проблем механіки і математики ім. Я. С. Підстригача НАН України

ВПЛИВ ГНУЧКОГО ПОКРИТТЯ НА ГРАНИЧНУ РІВНОВАГУ ЦИЛІНДРИЧНОЇ ОБОЛОНКИ З ТРІЩИНАМИ ВЗДОВЖ ТВІРНОЇ

Досліджено задачу про розтяг циліндричної оболонки, що підкріплена гнучким покриттям та містить дві колінеарні тріщини, які напрямлені вздовж твірної. Покриття моделюється шарніром, що з'єднує береги розрізів в одній з лицьових поверхонь оболонки. Сформульована задача теорії пологих оболонок із взаємозв'язаними крайовими умовами на розрізах. Методом сингулярних інтегральних рівнянь визначено напружений стан поблизу вершин тріщин та розподіл шарнірної реакції в покритті. Граничний стан композиції проаналізовано з урахуванням критеріїв крихкого руйнування оболонки та обмеженої міцності покриття. Перший механізм реалізується для оболонок малої кривини (з короткими тріщинами), а другий – для оболонок великої кривини (з довгими тріщинами). Досліджено вплив параметрів кривини серединної поверхні оболонки та взаємного розташування дефектів на величину руйнівного навантаження.

MSC: 74R10.

Ключові слова: циліндрична оболонка, гнучке покриття, колінеарні тріщини, гранична рівновага.

Вступ. Поширеним способом ремонту тонкостінних конструкцій задля відтворення їх герметичності та подовження ресурсу роботи є нанесення різного роду захисних покриттів, які можуть сприймати частину зовнішнього навантаження і тим самим зменшити напруження поблизу наявних пошкоджень. Розрахунки граничного стану складених конструкцій необхідно проводити, застосовуючи критерії міцності і до основи, і до підкріплення. Раніше [1, 2] розроблено модель для оцінки впливу одностороннього гнучкого покриття на міцність пластини з наскрізною тріщиною. Гнучке покриття моделюється шарніром, який з'єднує береги розрізу на одній із лицьових поверхонь пластини. У працях [3–5] таку модель розвинуто для дослідження рівноваги тонких оболонок з тріщинами. Зокрема, для малих параметрів кривини побудовано аналітичні оцінки граничного навантаження вкритої необмежено міцним покриттям оболонки з тріщиною, орієнтованою в головному напрямку серединної поверхні. Числовий аналіз для циліндричної оболонки з ізольованою тріщиною проведено в роботах [6, 7]. Проблема взаємодії дефектів у вкритих оболонках дотепер не розглядалася.

Мета цього дослідження — вивчити вплив одностороннього гнучкого покриття на напружено-деформований стан та міцність пологої циліндричної оболонки, послабленої системою тріщин, розташованих уздовж твірної, з урахуванням обмеженої міцності підкріплення. Аналіз проведено в широкому діапазоні зміни параметрів кривини оболонки та віддалі між дефектами.

ОСНОВНІ РЕЗУЛЬТАТИ

1. Постановка та інтегральне рівняння задачі. Розглянемо ізотропну циліндричну оболонку завтовшки $2h$ з радіусом серединної поверхні R , послаблену двома наскрізними колінеарними розрізами завдовжки $2l$, які розташовані вздовж твірної на відстані $2d$ між їхніми центрами (рис. 1). Нехай на одну із лицьових поверхонь оболонки нанесено гнучке покриття, яке деформується сумісно з підкладкою і здатне витримати доволі високі напруження. Оболонка зазнає рівномірного розтягу мембранними зусиллями $p = \text{const}$; решту поверхонь об'єкта вважаємо вільними від навантаження. В рамках теорії пологих оболонок Кірхгофа—Лява досліджуємо напружений стан та граничну рівновагу композиції.

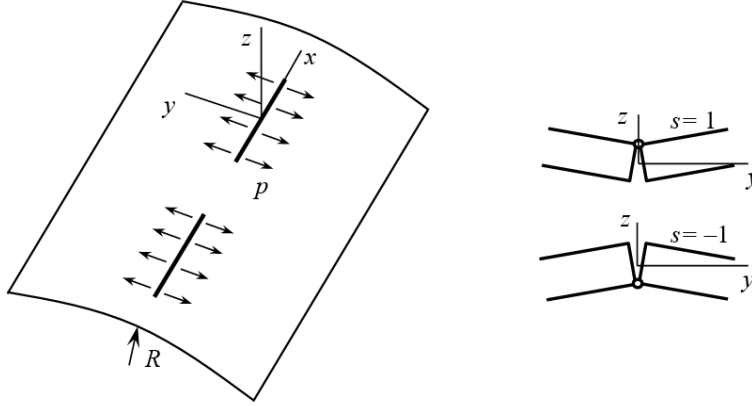


Рис. 1. Схема задачі та модель шарнірного з'єднання

Уважаючи оболонку в зоні збурення напруженого стану пологою, виберемо систему декартових координат $Oxyz$ з центром посередині правого розрізу та віссю абсцис уздовж його лінії. Якщо прийняти гіпотезу Кірхгофа про пряму нормаль, то тріщини в оболонці з абсолютно гнучким покриттям доцільно моделювати математичними розрізами, береги яких з'єднані шарнірно в одній із лицьових поверхонь оболонки $z = sh$ ($s = +1$ для зовнішнього чи $s = -1$ для внутрішнього підкріплення). Із урахуванням симетрії об'єкта та навантаження відносно осі абсцис такий підхід призводить до задачі теорії пологих оболонок із взаємопов'язаними крайовими умовами на розрізах [3, 4]:

$$\Delta\Delta\varphi - \frac{B}{R} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} = 0, \quad \Delta\Delta w + \frac{1}{DR} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} = 0, \quad (x, y) \in \mathbf{R}^2 \setminus L; \quad (1)$$

$$[u_y] - sh[\vartheta_y] = 0, \quad M_y - sh(N_y + p) = 0, \quad x \in L; \quad (2)$$

$$N_x = N_{xy} = N_y = 0, \quad M_x = M_{xy} = M_y = 0, \quad (x, y) \rightarrow \infty. \quad (3)$$

Тут φ – функція напружень, w – прогин оболонки, $\Delta = \partial^2/\partial x^2 + \partial^2/\partial y^2$ – оператор Лапласа; $[u_y]$ – розкриття тріщини в базовій поверхні оболонки, $[\vartheta_y]$ – розрив кута повороту нормалі ($\vartheta_y = \partial w/\partial y$); N_x, N_{xy}, N_y – мембранні зусилля, M_x, M_{xy}, M_y – моменти; $B = 2Eh, D = 2Eh^3/(3(1-\nu^2))$, E і ν – модуль Юнга та коефіцієнт Пуассона матеріалу оболонки; $L = (-l - 2d, l - 2d) \cup (-l, l)$ – сукупність розрізів.

Сутність даної постановки задачі відображають крайові умови (2). Перша з них означає неперервність переміщень на з'єднаних берегах розрізів, друга описує реактивний момент, викликаний переносом контактної реакції з шарніра у базову поверхню оболонки.

Для побудови розв'язку задачі (1)–(3) скористалися методом сингулярних інтегральних рівнянь. Враховуючи, що дефекти перебувають в однакових умовах, зусилля та моменти на лінії правої тріщини виразимо через похідні від функції стрибка [8–11]:

$$N_y(x, 0) = \frac{B}{4\pi} \int_{-l}^l \left\{ \tilde{K}_{11}(\xi, x) [u_y]'(\xi) - \tilde{K}_{13}(\xi, x) a [\vartheta_y]'(\xi) \right\} d\xi,$$

$$M_y(x, 0) = \frac{Ba}{4\pi} \int_{-l}^l \left\{ \tilde{K}_{31}(\xi, x) [u_y]'(\xi) - \tilde{K}_{33}(\xi, x) a [\vartheta_y]'(\xi) \right\} d\xi. \quad (4)$$

Тут

$$\tilde{K}_{ij}(\xi, x) = K_{ij}(\xi - x) + K_{ij}(\xi + x + 2d), \quad i, j = 1, 3;$$

$$K_{11}(\zeta) = \gamma \operatorname{sgn} \zeta \left(B_1 \operatorname{kei}' \frac{\gamma|\zeta|}{2} - B_2 \operatorname{ker}' \frac{\gamma|\zeta|}{2} \right) - \frac{\sqrt{2}\gamma}{4} \times \left[(B_3 + B_4) \left(\operatorname{ker}'' \frac{\gamma|\zeta|}{2} - \operatorname{kei} \frac{\gamma|\zeta|}{2} \right) + (B_4 - B_3) \left(\operatorname{kei}'' \frac{\gamma|\zeta|}{2} + \operatorname{ker} \frac{\gamma|\zeta|}{2} \right) \right],$$

$$K_{13}(\zeta) = K_{31}(\zeta) = -\nu\gamma \operatorname{sgn} \zeta \left(B_1 \operatorname{ker}' \frac{\gamma|\zeta|}{2} - B_2 \operatorname{kei}' \frac{\gamma|\zeta|}{2} \right) - \frac{\sqrt{2}(1-\nu)\gamma}{4} \left((B_4 - B_3) \operatorname{ker}'' \frac{\gamma|\zeta|}{2} - (B_3 + B_4) \operatorname{kei}'' \frac{\gamma|\zeta|}{2} \right) - \frac{\sqrt{2}(1+\nu)\gamma}{4} \left((B_3 + B_4) \operatorname{ker} \frac{\gamma|\zeta|}{2} + (B_4 - B_3) \operatorname{kei} \frac{\gamma|\zeta|}{2} \right),$$

$$K_{33}(\zeta) = (1-\nu^2)\gamma \operatorname{sgn} \zeta \left(B_1 \operatorname{kei}' \frac{\gamma|\zeta|}{2} - B_2 \operatorname{ker}' \frac{\gamma|\zeta|}{2} \right) + \frac{\sqrt{2}(1-\nu)^2\gamma}{4} \left((B_3 + B_4) \operatorname{ker}'' \frac{\gamma|\zeta|}{2} + (B_4 - B_3) \operatorname{kei}'' \frac{\gamma|\zeta|}{2} \right) + \frac{\sqrt{2}(1+\nu)^2\gamma}{4} \left((B_4 - B_3) \operatorname{ker} \frac{\gamma|\zeta|}{2} - (B_3 + B_4) \operatorname{kei} \frac{\gamma|\zeta|}{2} \right);$$

$$B_1 = \sin \frac{\sqrt{2}\gamma\zeta}{4} \operatorname{sh} \frac{\sqrt{2}\gamma\zeta}{4}, \quad B_2 = \cos \frac{\sqrt{2}\gamma\zeta}{4} \operatorname{ch} \frac{\sqrt{2}\gamma\zeta}{4},$$

$$B_3 = \sin \frac{\sqrt{2}\gamma\zeta}{4} \operatorname{ch} \frac{\sqrt{2}\gamma\zeta}{4}, \quad B_4 = \cos \frac{\sqrt{2}\gamma\zeta}{4} \operatorname{sh} \frac{\sqrt{2}\gamma\zeta}{4};$$

$a = h/\sqrt{3(1-\nu^2)}$, $\gamma^2 = 1/(Ra)$, $\operatorname{ker}(\dots)$, $\operatorname{kei}(\dots)$ – функції Томсона.

Підставимо вирази (4) в крайову умову (2) на правому розрізі. Виключаючи функцію $[\vartheta_y]$, дістаємо сингулярне інтегральне рівняння для знаходження розриву переміщень:

$$\frac{B}{4\pi} \int_{-l}^l K(\xi, x) [u_y]'(\xi) d\xi = -p, \quad x \in (-l, l); \quad (5)$$

$$K(\xi, x) = \tilde{K}_{11}(\xi, x) - 2s\tilde{K}_{13}(\xi, x)/\sqrt{3(1-\nu^2)} + \tilde{K}_{33}(\xi, x)/(3(1-\nu^2)).$$

На кінцях розрізу розв'язок рівняння (5) повинен задовольняти умову:

$$[u_y](\pm l) = 0. \quad (6)$$

Якщо розглядати рівні колінеарні тріщини в оболонці без покриття, то, підставляючи інтегральні представлення (4) в класичні крайові умови $N_y + p = 0$, $M_y = 0$, $x \in L$, дістаємо систему інтегральних рівнянь для знаходження розриву переміщення і кута повороту на правому розрізі [7–9]:

$$\begin{aligned} \frac{B}{4\pi} \int_{-l}^l \left\{ \tilde{K}_{11}(\xi, x) [\bar{u}_y]'(\xi) - \tilde{K}_{13}(\xi, x) a [\bar{\vartheta}_y]'(\xi) \right\} d\xi &= -p, \\ \frac{Ba}{4\pi} \int_{-l}^l \left\{ \tilde{K}_{31}(\xi, x) [\bar{u}_y]'(\xi) - \tilde{K}_{33}(\xi, x) a [\bar{\vartheta}_y]'(\xi) \right\} d\xi &= 0, \quad x \in (-l, l), \end{aligned} \quad (7)$$

з додатковими умовами:

$$[\bar{u}_y](\pm l) = 0, \quad [\bar{\vartheta}_y](\pm l) = 0. \quad (8)$$

За знайденими функціями стрибка переміщення і кута повороту нормалі обчислюють коефіцієнти інтенсивності зусиль та моментів:

$$\begin{aligned} K_N^\pm &= \mp \frac{B}{4} \lim_{x \rightarrow \pm l} \sqrt{2|x \mp l|} [u_y]'(x), \\ K_M^\pm &= \pm (3 - 2\nu - \nu^2) \frac{D}{4} \lim_{x \rightarrow \pm l} \sqrt{2|x \mp l|} [\vartheta_y]'(x), \end{aligned} \quad (9)$$

а за виразами (4) – розподіл зусиль $N(x)$ у покритті на лінії розрізів.

2. Критерії руйнування. Перейдемо до розгляду можливих сценаріїв руйнування надтріснутої оболонки з покриттям.

Вважаємо, що руйнування підкріпленої оболонки з тріщинами може відбуватися двома шляхами: розповсюдження тріщин без порушення цілісності покриття та втрата несучої здатності через розтріскування покриття. Перший механізм оцінюємо енергетичним критерієм лінійної механіки руйнування за комбінованого розтягу-згину [4, 5, 7, 11]:

$$\frac{\pi}{4h^2 E} \left[(K_N^\pm)^2 + \frac{3(1+\nu)}{3+\nu} \left(\frac{K_M^\pm}{h} \right)^2 \right] = 2\gamma_*, \quad (10)$$

де γ_* – густина ефективної поверхневої енергії матеріалу.

Після підстановки знайдених значень коефіцієнтів інтенсивності (9) у критерій (10) визначаємо граничне навантаження p_{1*}^\pm , при якому настане розвиток тріщини.

Для оцінки граничного стану покриття скористаємось класичною теорією міцності:

$$\max_{x \in [-l, l]} N(x) = N_*, \quad (11)$$

де N_* — критична сила, яку здатне витримати покриття. Використавши знайдені значення $N(x)$, отримаємо граничне навантаження p_{2*} , при якому відбудеться руйнування покриття. За руйнівне зусилля слід, вочевидь, прийняти з $p_* = \min \{p_{1*}^+, p_{1*}^-, p_{2*}\}$.

Нарешті, опрацювавши розв'язки класичної задачі (7, 8), з критерію (10) знаходимо p_{3*}^+ та руйнівне зусилля для оболонки з тріщинами без покриття $\bar{p}_* = \min \{p_{3*}^+, p_{3*}^-\}$.

3. Аналіз результатів. Числовий розв'язок задач (5), (6) та (7), (8) побудували методом механічних квадратур [8, 9] при $\nu = 0,3$.

Графіки, подані на рис. 2, характеризують розподіл безрозмірних зусиль в покритті на лінії тріщин для різних значеннях безрозмірних параметрів кривини $\lambda = \gamma l = (3(1 - \nu^2))^{1/4} l / \sqrt{Rh}$ та відносної віддалі між тріщинами $\rho = l/d$. При зростанні параметра λ спостерігаємо суттєве підвищення реактивного зусилля в шарнірі, особливо посередині розрізу. Залежність реакції від параметра ρ є немонотонна.

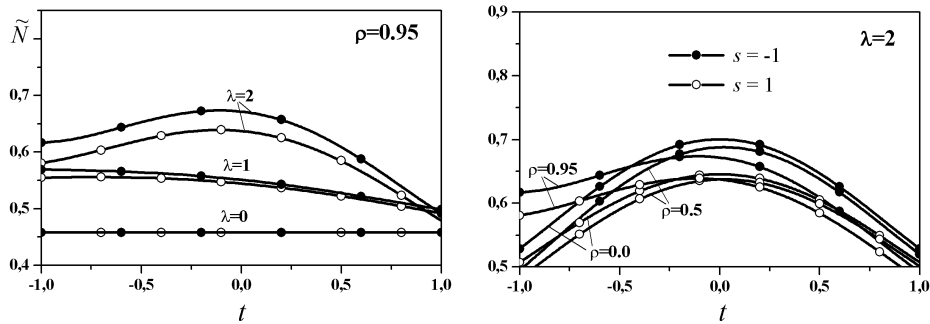


Рис. 2. Розподіл реакції в шарнірі $\tilde{N} = N(t)/p$, $t = x/l$: зліва — залежність від параметра кривини λ , справа — від параметра взаємного розташування тріщин ρ ; $s = 1$ — зовнішнє, $s = -1$ — внутрішнє покриття.

Залежності безрозмірних значень коефіцієнтів інтенсивності зусиль та моментів, від параметра відносної віддалі між тріщинами ρ будували при фіксованих значеннях параметра кривини λ (рис. 3). Вплив шарнірного з'єднання берегів тріщини за розтягу оболонки проявляється у суттєвому зменшенні коефіцієнтів інтенсивності зусиль та збільшенні коефіцієнтів інтенсивності моментів. У випадку з'єднання берегів у внутрішній поверхні ($s = -1$) практично відсутня немонотонна залежність від параметра взаємного розташування дефектів ρ .

Результати дослідження граничної рівноваги вкритої циліндричної оболонки з двома тріщинами відображено на рис. 4. Граничні навантаження p_{1*} , отримані за критерієм розтріскування оболонки, можуть набувати значень як більших, так і менших порівняно з аналогічно навантаженою пластиною.

Для випадку покриття на внутрішній поверхні оболонки спостерігається немонотонна коливна залежність навантаження p_{1*} від параметра ρ для ближніх

вершин дефектів; у той же час за великих λ небезпечними виявляються дальні вершини тріщин (штрихові лінії лежать нижче від суцільних). Більш істотно такий ефект спостерігався при взаємодії тріщин у оболонці без покриття [11–13]. Натомість, у разі підкріплення зовнішньої поверхні завжди небезпечними є ближні вершини розрізів, а коливання граничного навантаження відсутні.

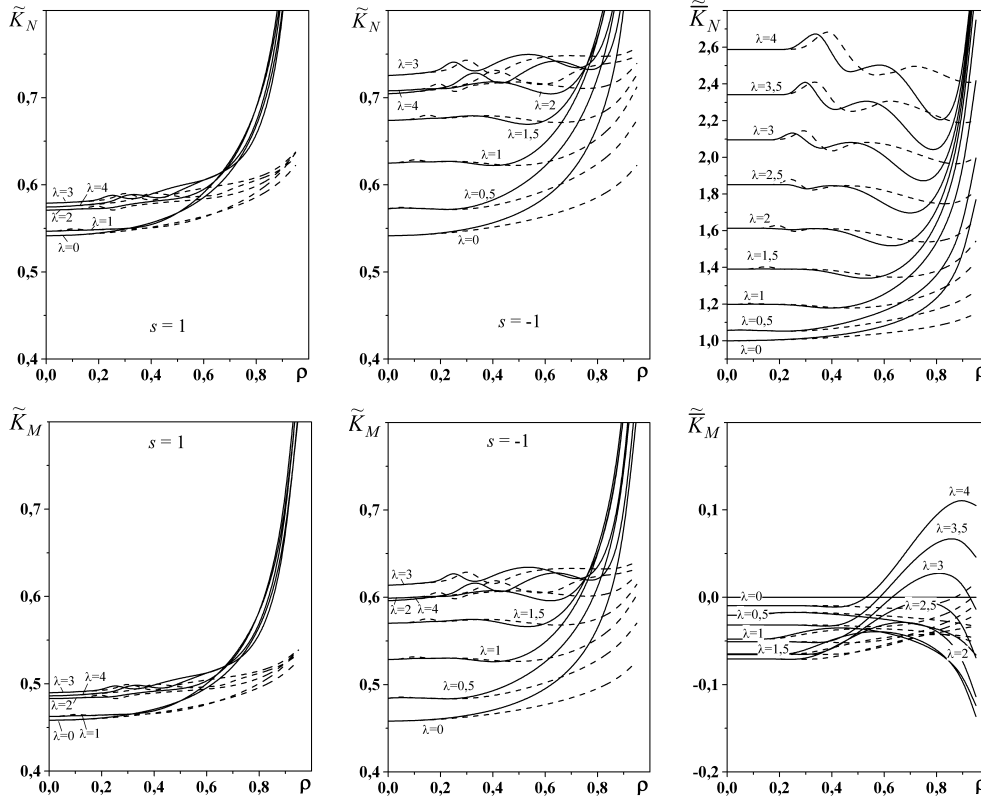


Рис. 3. Залежності коефіцієнтів інтенсивності зусиль та моментів від взаємного роташування тріщин: $\tilde{K}_N = K_N/(p\sqrt{l})$, $\tilde{K}_M = K_M/(sph\sqrt{l})$ ($s = 1$ – зовнішнє, $s = -1$ – внутрішнє покриття); $\bar{\tilde{K}}_N = \tilde{K}_N/(p\sqrt{l})$, $\bar{\tilde{K}}_M = \tilde{K}_M/(ph\sqrt{l})$ – оболонка без покриття [11–13]; суцільні лінії відповідають ближнім, а штрихові – дальнім вершинам

Граничні навантаження p_{2*} , розраховані за міцністю покриття, отримано при $N_*/p_0 = 1$, $p_0 = 2h\sqrt{2E\gamma_*/(\pi l)}$. Для слабших покриттів з меншим N_* ординати кривих p_{2*} закономірно зменшуються, усуваючи тим самим ефект підкріплення. Значення p_{2*} істотно знижуються при збільшенні параметра кривини λ і практично не залежать від параметра взаємного розташування дефектів ρ . При малих кривинах оболонки руйнівним є навантаження $p_{1*} = \min\{p_{1*}, p_{2*}\}$; при більших кривинах – $p_{2*} = \min\{p_{1*}, p_{2*}\}$.

У часткових випадках $\lambda = 0$ та $\rho = 0$ отримаємо відомі результати для колінеарних тріщин у вкритій пластині [14] та для поодинокій поздовжньої тріщини у циліндричній оболонці з покриттям [7] відповідно.

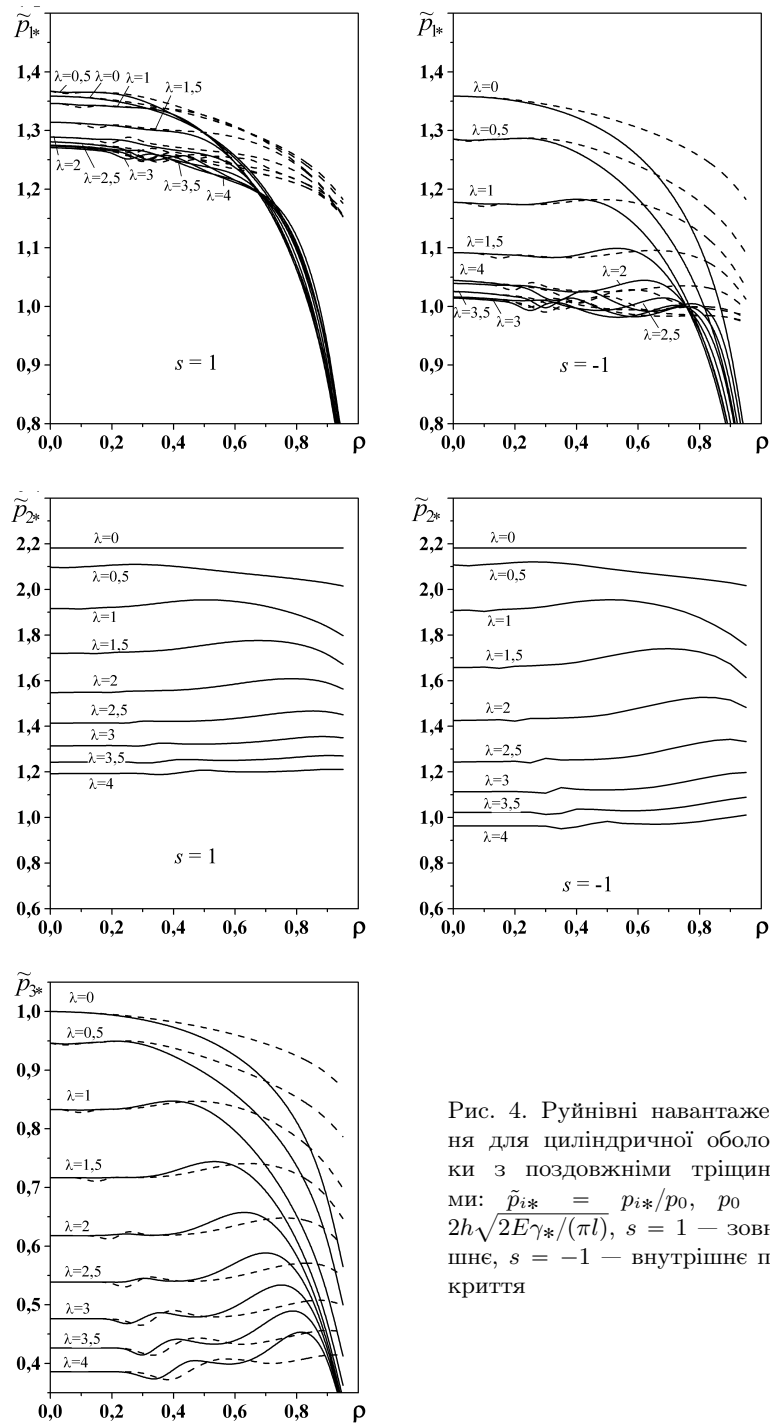


Рис. 4. Руйнівні навантаження для циліндричної оболонки з поздовжніми тріщинами: $\tilde{p}_{i*} = p_{i*}/p_0$, $p_0 = 2h\sqrt{2E\gamma_*/(\pi l)}$, $s = 1$ — зовнішнє, $s = -1$ — внутрішнє покриття

Висновки. Руйнівне навантаження розтягу для циліндричної оболонки з двома тріщинами з покриттям на внутрішній поверхні ($s = -1$) немонотонно залежить від параметрів кривини та віддалі між дефектами, а небезпечними можуть бути зовнішні вершини дефектів. При малих кривинах оболонки руйнівним є навантаження, розраховані за міцністю болонки; при більших кривинах – за міцністю покриття. За будь-яким із критеріїв підкріплення оболонки ззовні є вигіднішим, аніж зсередини. Для оцінки міцності вкритих надтріснутих оболонок вирішальне значення має врахування обмеженої міцності гнучкого покриття. Неміцні підкріплення не дають відновлювального ефекту і не можуть визнаватися ефективними.

1. **Шацкий И. П.** Растяжение пластины, содержащей прямолинейный разрез с шарнирно соединенными кромками / И. П. Шацкий // Журн. прикл. механики и техн. физики. – 1989. – № 5. – С. 163–165.
2. **Шацкий И.** Модель тріщини в пластинці з гнучким покриттям / И. Шацкий // Вісник Львів. ун-ту. Сер. мех.-мат. – 2000. – Вип. 57. – С. 42–47.
3. Шацкий И. П. Интегральне рівняння задачі про тріщину в пологій оболонці з гнучким покриттям / И. П. Шацкий // Доп. АН України. – 1992. – № 1. – С. 46–48.
4. **Шацкий И. П.** Задача о трещине в полой оболочке с гибким покрытием / И. П. Шацкий // Прикл. механика и техн. физика. – 1996. – Т. 37, № 2. – С. 131–138.
5. **Шацкий И. П.** Вплив гнучкого покриття на міцність пологої оболонки з тріщиною вздовж лінії кривини / И. П. Шацкий, А. Б. Щербій // Механіка руйнування матеріалів і міцність конструкцій (вип. 2): В 3-х т. / Під заг. ред. Панасюка В. В. – Львів: Каменяр, 1999. – Т. 2. – С. 333–335.
6. **Шацкий И. П.** Вплив гнучкого покриття на міцність пологої циліндричної оболонки з поперечною тріщиною / И. П. Шацкий, М. В. Маковійчук, А. Б. Щербій // Проблеми обчислювальної механіки і міцності конструкцій. – 2015. – Вип. 24. – С. 248–257.
7. **Шацкий И. П.** Вплив гнучкого покриття на міцність пологої циліндричної оболонки з повздовжньою тріщиною / И. П. Шацкий, М. В. Маковійчук, А. Б. Щербій // Мат. мет. і фіз. мех. поля. Мат. методи та фіз.-мех. поля. – 2017 (в друці).
8. **Панасюк В. В.** Распределение напряжений около трещин в пластинах и оболочках / В. В. Панасюк, М. П. Саврук, А. П. Дацьшин. – К.: Наук. думка, 1976. – 444 с.
9. **Хижняк В. К.** Смешанные задачи теории пластин и оболочек / В. К. Хижняк, В. П. Шевченко. – Донецк: Изд-во Донец. ун-та, 1980. – 126 с.
10. **Саврук М. П.** Двумерные задачи упругости для тел с трещинами / М. П. Саврук. – Киев: Наук. думка, 1981. – 324 с.
11. **Осадчук В. А.** Напряженно-деформированное состояние и предельное равновесие оболочек с разрезами / В. А. Осадчук. – Киев: Наук. думка, 1985. – 224 с.
12. **Механика композитов.** В 12 т. / Под общей ред. А. Н. Гузя. – К.: Наук. думка, 1993. – (Т. 7: Концентрация напряжений / А. Н. Гузь, А. С. Космодамианский, В. П. Шевченко и др. – К.: А. С. К., 1998. – 387 с.)

13. **Кушнір Р. М.** Пружний та пружно-пластичний граничний стан оболонок з дефектами / Р. М. Кушнір, М. М. Николишин, В. А. Осадчук. – Львів: СПОЛОМ, 2003. – 320 с.
14. **Шацький І. П.** Взаємодія колінеарних розрізів з шарнірно з'єднаними берегами у розтягнутій пластинці / І. П. Шацький // Мат. методи та фіз.-мех. поля. – 1992. – Вип. 36. – С. 93–97.

Щербий А. Б.

ВЛИЯНИЕ ГИБКОГО ПОКРЫТИЯ НА ПРЕДЕЛЬНОЕ РАВНОВЕСИЕ ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ОБОЛОЧКИ С ТРЕЩИНАМИ ВДОЛЬ ОБРАЗУЮЩЕЙ

Резюме

Исследована задача о растяжении усиленной покрытием цилиндрической оболочки с двумя коллинеарными дефектами, ориентированными вдоль образующей. Гибкое покрытие моделируется шарниром, соединяющим берега разрезов в одной из лицевых поверхностей оболочки. Сформулирована задача теории пологих оболочек с взаимосвязанными краевыми условиями на разрезах. Методом сингулярных интегральных уравнений определены напряженное состояние вблизи вершин трещин и распределение шарнирной реакции в покрытии. Предельное равновесие композиции проанализировано с учетом критериев хрупкого разрушения оболочки и ограниченной прочности покрытия. Первый механизм реализуется для оболочек малой кривизны (с короткими трещинами), второй – для оболочек большой кривизны (с длинными трещинами). Исследовано влияние параметров кривизны срединной поверхности оболочки и взаимного расположения дефектов на величину разрушающей нагрузки.

Ключевые слова: цилиндрическая оболочка, гибкое покрытие, коллинеарные трещины, предельное равновесие .

Shcherbii A. B.

INFLUENCE OF FLEXIBLE COATING ON LIMIT EQUILIBRIUM OF CYLINDRICAL SHELL WITH CRACKS ALONG A GENERATRIX

Summary

Elastic and limit equilibrium of tensioned shallow cylindrical shell weakened by two through the thickness longitudinal cracks and enhanced by coating on one of the face surfaces is studied in the two-dimensional formulation. The cracks in the shell with a flexible coating are simulated by cuts with eccentrically hingedly connected edges. The boundary problem for equations of classical shell theory with interrelated conditions of tension and bending along the cutting lines is formulated within the framework of such model. The singular integral equation for the unknown jump of normal displacement on the cracks edges has been elaborated.

Based on numerical solutions of integral equation dependences of forces and moments intensity factors in the vicinity of the defects tips and distribution of forces in the hinge joints on the parameter of shell curvature and mutual distance between cracks are investigated.

To estimate the influence of flexible coating on the limit state of the thin-walled elements of constructions with defects the combined fracture criterion which takes into account two mechanisms: propagation of the crack along the shell body and disintegration of the coating with limited strength were proposed. The first mechanism is implemented in the shell of small curvature (with short cracks), and the second one – in the shell of big curvature (with long cracks). It was discovered that enhancing of external surface of tensioned cylindrical shell by coating is more efficient than enhancing of internal one. In addition, the limiting load depends on distance between cuts nonmonotonically in case of strengthening of external

face of shell.

Key words: cylindrical shell, flexible covering, collinear cracks, limit equilibrium.

REFERENCES

1. Shatskii, I. P. (1989). Tension of a plate containing a rectilinear cut with hinged rims. *J. Appl. Mech. and Techn. Phys.*, Vol. 30, №5. P. 828–830.
2. Shats'kyi, I. (2000). Model' trishchynu v plastyntsi z gnuchkym pokryttiam [A model of crack in plate with flexible covering]. *Visnyk Lviv. un-tu. Ser. mech.-math.*, Vol. 57. P. 42–47.
3. Shatskyi, I. P. (1992). Integral'ne rivniannya zadachi pro trishchynu v pologii obolontsi z gnuchkym pokryttiam [Integral equation of problem about a crack in shallow shell with flexible covering]. *Dop. AN Ukraine.* №1. P. 46–48.
4. Shatskii, I. P. (1996). Crack problem for a shallow shell with a flexible coating. *Journal of Applied Mechanics and Technical Physics*, vol. 37, №2, P. 259–265.
5. Shatskyi, I. P. and Shcherbii, A. B. (1999). Vplyv gnuchkogo pokryttia na mitsnist' pologoi obolonki z trishchynoiu vzdovzh linii kryvyny [Influence of flexible covering on streng of shallow shell with crack along curvature line]. *Mehanika ruinuvannia materialiv i mitsnist konstruksii*, Issue 2, Vol. 2. P. 333–335. (In 3 V. ed. by Panasyuk V. V., Lviv: Kameniar).
6. Shatskyi, I. P., Makoviichuk, M. V. and Shcherbii, A. B. (2015). Vplyv gnuchkogo pokryttia na mitsnist' pologoi tsylindrychnoi obolonky z poperechnoiu trishchynoiu [Influence of flexible coating on strength of shallow cylindrical shell with a circumferential crack]. *Problemy obchysluvalnoi mehaniky i mitsnosti konstruksii*, Issue 24, P. 248–257.
7. Shatskyi, I. P., Makoviichuk, M. V. and Shcherbii, A. B. (2017). Vplyv gnuchkogo pokryttia na mitsnist' pologoi tsylindrychnoi obolonky z povzdovzhnoi trishchynoiu [Influence of flexible covering on strength of shallow cylindrical shell with a longitudinal crack]. *Mat. metody ta fiz.-mekh. polia* (in print).
8. Panasyuk, V. V., Savruk, M. P. and Datsyshyn, A. P. (1976). *Raspredelenie napryazheniy okolo treshchin v plastinach i obolochkach* [Stress distribution near cracks in plates and shells]. Kiev: Naukova dumka, 444 p.
9. Khyzhnyak, V. K. and Shevchenko, V. P. (1980). *Smeshannyye zadachi teorii plastin i obolochek* [Mixed problems of the plates and shells theory]. Donetsk: Izd-vo Donets. un-ta, 126 p.
10. Savruk M. P. (1981). *Dvumernyye zadachi uprugosti dlia tel s treshchinami* [Two-dimensional problems of elasticity for cracked bodies]. Kiev: Naukova dumka, 324 p.
11. Osadchuk V. A. (1985). *Napriazhenno-deformirovannoe sostoianie i predel'noe ravnovesie obolochek s razrezami* [Stress-strain state and limit equilibrium of shells with the cuts]. Kiev: Naukova dumka, 224 p.
12. *Mekhanika kompozitov* [Mechanics of composites], Ed. Guz A. N. (1993). in 12 V. Kiev: Naukova dumka. (Guz, A. N., Kosmodamianskii, A. S., Shevchenko, V. P. et al. (1998). *Koncentratsiia napriazhenii* [Concentration of stresses], Vol. 7., Kiev: A. S. K., 387 p.)
13. Kushnir, R. M., Nykolyshyn, M. M. and Osadchuk, V. A. (2003). *Pruzhnii ta pruzhno-plastichniy granichnyi stan obolonok z defektamy* [Elastic and elastoplastic limiting state of shells with defects]. Lviv: SPOLOM, 320 p.
14. Shats'kii, I. P. (1993). The interaction of collinear cuts with hinged rims in a plate under tension *J. Sov. Math.*, Vol. 67, №5, P. 3355–3358.